

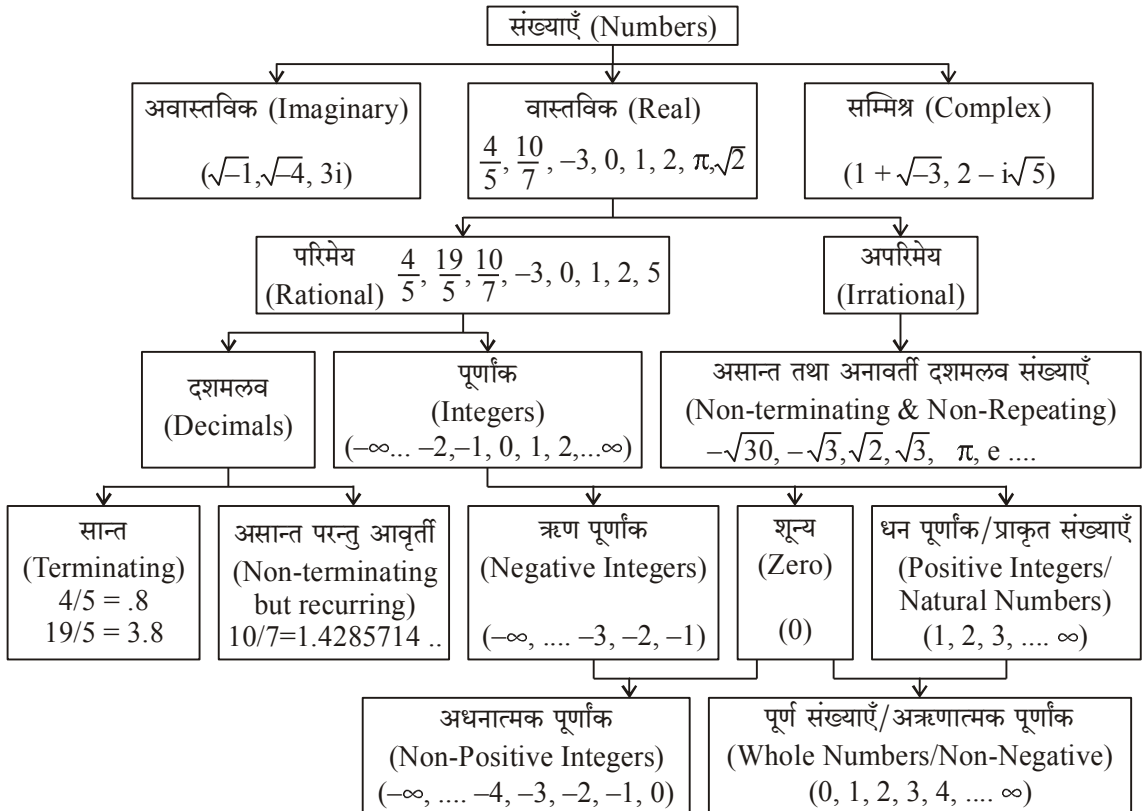
1

संख्या पद्धति (Number System)

प्रस्तावना (Introduction)

अध्याय “संख्या पद्धति” प्रतियोगी परीक्षाओं के पाठ्यक्रम से सम्बन्धित सभी महत्वपूर्ण अध्याओं का आधार है इस अध्याय में हम संख्याओं की जानकारी तथा उनसे सम्बन्धित गणितीय संक्रियाओं, जैसे : जोड़, बाकी, गुणा और भाग तथा इनकी भाजकता इत्यादि के बारे में अध्ययन करेंगे।

संख्याएँ (Numbers)



अपरिमेय संख्याएँ (Irrational Numbers)

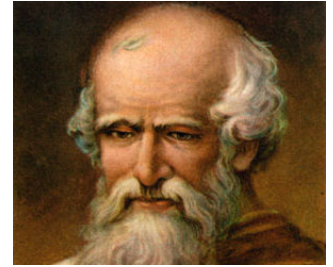
असान्त तथा अनावर्ती दशमलव संख्याएँ अपरिमेय संख्याएँ होती हैं।

- यदि n एक ऐसी प्राकृत संख्या है जो पूर्ण वर्ग नहीं है, तो $\sqrt{n}$ एक अपरिमेय संख्या होगी।
- अपरिमेय संख्याओं को $\frac{p}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता जहाँ p व q पूर्णांक तथा $q \neq 0$
- प्रत्येक धनात्मक अपरिमेय संख्या के संगत एक ऋणात्मक अपरिमेय संख्या भी होती है। अर्थात् एक अपरिमेय संख्या का ऋणात्मक भी अपरिमेय संख्या होती है।

जैसे: $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, \sqrt{5}, -\sqrt{5}, \dots, \sqrt{2} = 1.4142135623730950488016887242096\dots$

π का इतिहास

यूनान के मनीषी व्यक्ति आर्कमिडीज ही वे प्रथम व्यक्ति थे जिन्होंने π के दशमलव प्रसार में अंकों को अभिकलित किया था। उन्होंने यह दिखाया कि $3.140845 < \pi < 3.142857$ होता है। आर्यभट्ट (476-550 ईस्वी) ने जो एक महान् भारतीय गणितज्ञ और खगोलविद् थे, चार दशमलव स्थानों तक π का शुद्ध मान (3.1416) ज्ञात किया था। आधुनिक कम्प्यूटरों और उन्नत कलन विधियों (algorithms) का प्रयोग करके 1.24 ट्रिलियन से भी अधिक दशमलव स्थानों तक π का मान अभिकलित किया जा चुका है।



$\pi = 3.14159265358979323846264338327950\dots$

नोट : विद्यार्थी π का मान प्रायः $\frac{22}{7}$ को मानते हैं, जबकि $\pi \neq \frac{22}{7}$; $\pi \approx \frac{22}{7}$

नोट : किसी प्रश्न के हल में यदि कोई अपरिमेय संख्या एक बार आ गई तो वह हल के अन्त तक बनी रहती है। यह केवल तभी खत्म हो सकती है जब इसका समान अपरिमेय संख्या से गुणा या भाग किया जाये।

परिमेय व अपरिमेय संख्याओं की गणितीय संक्रियाएँ

$$(i) \text{ परिमेय } \begin{bmatrix} + \\ - \\ \times \\ \div \end{bmatrix} \text{ परिमेय} = \text{परिमेय} \quad (ii) \text{ अपरिमेय } \begin{bmatrix} + \\ - \\ \times \\ \div \end{bmatrix} \text{ अपरिमेय} = \text{अपरिमेय या परिमेय}$$

$$(iii) \text{ परिमेय (अशून्य) } \begin{bmatrix} \times \\ \div \end{bmatrix} \text{ अपरिमेय} = \text{अपरिमेय} \quad (iv) \text{ परिमेय } \begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix} \text{ अपरिमेय} = \text{अपरिमेय}$$

- जैसे :
- अपरिमेय संख्याओं $\sqrt{5}$ व $-\sqrt{5}$ का योगफल 0 है जो एक परिमेय संख्या है।
अपरिमेय संख्याओं $\sqrt{2}$ व $\sqrt{5}$ का योगफल अपरिमेय संख्या है।
 - अपरिमेय संख्याओं $2+\sqrt{7}$ व $3+\sqrt{7}$ का अन्तर -1 है जो एक परिमेय संख्या है।
अपरिमेय संख्याओं $\sqrt{7}$ व $\sqrt{5}$ का अन्तर $(\sqrt{7}-\sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है।
 - अपरिमेय संख्याओं $\sqrt{27}$ व $\sqrt{3}$ का गुणनफल 9 है जो एक परिमेय संख्या है।
 - अपरिमेय संख्याओं $\sqrt{27}$ व $\sqrt{3}$ का भागफल 3 है जो एक परिमेय संख्या है।

- (ii) दो अंकों को तीन बार दोहराकर बनाई गई संख्या हमेशा 3, 7, 13 व 37 से विभाजित होती है।
जैसे 565656, 969696, 232323 आदि
क्योंकि $3 \times 7 \times 13 \times 37 = 10101 \Rightarrow ab0000 + ab00 + ab = ababab$
 $\Rightarrow ab[10000 + 100 + 1] = ababab \Rightarrow ab[10101] = ababab$
- (iii) यदि कोई संख्या $abcabc$ प्रकार की है तो वह संख्या हमेशा 7, 11 व 13 से विभाजित होती है।
जैसे 473473, 883883 आदि
क्योंकि $abc \times 1001 = abc[1000 + 1] = abcabc \Rightarrow 1001 = 7 \times 11 \times 13$

उदाहरण 2 : किसी दो अंकीय संख्या को दो बार साथ-साथ लिखकर एक चार-अंकीय संख्या बनाई जाती है जैसे : 1515, 3737 इस रूप की कोई भी संख्या किस संख्या से पूर्णतः विभक्त होगी।

हल : माना वह संख्या $xyxy$ है

$xy00 + xy \Rightarrow xy(100 + 1) \Rightarrow xy(101)$ अतः वह संख्या 101 से पूर्णतः विभक्त होगी।

✧ Type-II

जब लगातार सम/विषम संख्याओं के वर्गों का योग दिया जाए, तो संख्याएँ होंगी।

$$\frac{\text{योग}}{2} = x \Rightarrow \sqrt{x-1} \begin{cases} +1 \rightarrow \text{बड़ी संख्या} \\ -1 \rightarrow \text{छोटी संख्या} \end{cases}$$

उदाहरण 3 : दो लगातार सम संख्याओं के वर्गों का योग 340 है तो वे संख्याएँ होंगी

हल : $\frac{340}{2} = 170 \Rightarrow \sqrt{170-1} = 13 \begin{cases} +1 \rightarrow 14 \\ -1 \rightarrow 12 \end{cases}$

उदाहरण 4 : दो लगातार विषम संख्याओं के वर्गों का योग 1154 है तो वे संख्याएँ होंगी।

हल : $\frac{1154}{2} = 577, \sqrt{577-1} = 24 \begin{cases} +1 \rightarrow 25 \\ -1 \rightarrow 23 \end{cases}$

✧ Type-III

जब लगातार सम/विषम संख्याओं के वर्गों का अन्तर दिया जाए, तो संख्याएँ होंगी।

$$\frac{\text{अन्तर}}{4} = y \begin{cases} +1 \rightarrow \text{बड़ी संख्या} \\ -1 \rightarrow \text{छोटी संख्या} \end{cases}$$

उदाहरण 5 : दो लगातार सम संख्याओं के वर्गों का अंतर 52 है तो वे संख्याएँ होंगी

हल : $\frac{52}{4} = 13 \begin{cases} +1 \rightarrow 14 \\ -1 \rightarrow 12 \end{cases}$ अतः वे संख्याएँ 12, 14 है

उदाहरण 6 : दो लगातार विषम संख्याओं के वर्गों का अंतर 72 हैं तो संख्याएँ होंगी

हल : $\frac{72}{4} = 18 \begin{cases} +1 \rightarrow 19 \\ -1 \rightarrow 17 \end{cases}$ अतः वे संख्याएँ 17, 19 है।

❖ Type-VIII

उदाहरण 20 : चार प्राकृत संख्याएँ इस प्रकार हैं कि उन्हें तीन-तीन करके जोड़ने पर योग क्रमशः 180, 197, 208, 222 प्राप्त होता है तो इन संख्याओं का माध्य कितना है?

हल : माना चारों प्राकृत संख्याएँ क्रमशः a, b, c, d है

$$\text{प्रश्नानुसार} \quad a + b + c = 180 \quad \dots(1)$$

$$b + c + d = 197 \quad \dots(2)$$

$$c + d + a = 208 \quad \dots(3)$$

$$d + a + b = 222 \quad \dots(4)$$

समीकरण (1), (2), (3) व (4) को जोड़ने पर

$$3(a + b + c + d) = 180 + 197 + 208 + 222 \Rightarrow a + b + c + d = \frac{807}{3} = 269$$

$$\text{अतः} \quad \text{चारों संख्याओं का माध्य} = \frac{269}{4} = 67.25$$

अभ्यास प्रश्न (भाग-1)

- प्रथम 20 विषम प्राकृत संख्याओं का योग क्या होगा?
(a) 210 (b) 300 (c) 400 (d) 420
- तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 87 है इन संख्याओं में सबसे छोटी संख्या है
(a) 29 (b) 31 (c) 23 (d) 27
- 3 से विभाजित होने वाली तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 63 है। इनमें से बड़ी संख्या है
(a) 21 (b) 27 (c) 24 (d) 36
- तीन क्रमागत सम पूर्णांकों का योग 54 है। इनमें सबसे छोटा सम पूर्णांक ज्ञात कीजिए
(a) 18 (b) 15 (c) 14 (d) 16 [SSC CGL 2001]
- यदि किन्हीं तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याओं का योग 147 हो तो बीच वाली संख्या होगी
(a) 47 (b) 48 (c) 49 (d) 51
- 847235 में 7 तथा 3 के स्थानीय मानों का अन्तर कितना है
(a) 4 (b) 45 (c) 430 (d) 6970
- 51 से 100 तक की सभी प्राकृत संख्याओं का योगफल है
(a) 5050 (b) 4275 (c) 4025 (d) 3775
- यदि तीन क्रमागत प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योगफल 110 हो, तो उनमें से सबसे छोटी प्राकृत संख्या होगी
(a) 8 (b) 6 (c) 7 (d) 5
- 3 और 200 के बीच कितनी प्राकृत संख्याएँ 7 से विभाजित हैं?
(a) 27 (b) 28 (c) 29 (d) 26
- सभी 3 अंकीय संख्याओं का योग है
(a) 8901 (b) 494550 (c) 8991 (d) 899

92. यदि किसी संख्या में लगातार क्रमशः 11 व 3 से भाग देने पर शेष 7 व 1 बचता है तो उसी संख्या को 33 से भाग देने पर क्या बचेगा।
 (a) 18 (b) 17 (c) 36 (d) 9
93. 1, 3, 5, 7, ... 99 और 128 को परस्पर गुणा किया गया तब प्राप्त गुणनफल के अंत में शून्यों की संख्या बताइए।
 (a) 19 (b) 22 (c) 7 (d) शून्य
94. यदि $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = 3025$ हो, तो $2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 18^3 + 20^3$ का मान ज्ञात कीजिए
 (a) 6050 (b) 9075 (c) 12100 (d) 24200
95. एक तीन अंकों वाली संख्या $4a3$ को दूसरी तीन अंकों वाली संख्या 984 में जोड़कर एक ऐसी चार अंकों वाली संख्या $13b7$ प्राप्त की गई है, जो 11 से विभाज्य है। तदनुसार, $(a + b)$ का मान कितना है?
 (a) 11 (b) 12 (c) 9 (d) 10 [SSC CGL 2012]
96. 75070 के निकटतम ऐसी संख्या कौन-सी है, जो 65 से विभाज्य हो?
 (a) 75070 (b) 75075 (c) 75010 (d) 75065 [SSC CGL 2012]
97. 'a' 228 को विभाजित करता है और 18 शेष बचते हैं। 'a' का दो-अंकों का सबसे बड़ा मान है
 (a) 35 (b) 30 (c) 70 (d) 21 [SSC (10+2) 2013]

उत्तरमाला

1.(c)	2.(d)	3.(b)	4.(d)	5.(c)	6.(d)	7.(d)	8.(d)	9.(b)	10.(b)
11.(a)	12.(b)	13.(a)	14.(b)	15.(a)	16.(a)	17.(c)	18.(c)	19.(d)	20.(d)
21.(c)	22.(b)	23.(b)	24.(d)	25.(c)	26.(a)	27.(c)	28.(c)	29.(a)	30.(c)
31.(b)	32.(b)	33.(d)	34.(d)	35.(c)	36.(b)	37.(d)	38.(c)	39.(d)	40.(b)
41.(d)	42.(c)	43.(c)	44.(c)	45.(a)	46.(b)	47.(a)	48.(a)	49.(d)	50.(a)
51.(b)	52.(c)	53.(d)	54.(d)	55.(a)	56.(b)	57.(a)	58.(d)	59.(c)	60.(b)
61.(d)	62.(b)	63.(b)	64.(c)	65.(c)	66.(d)	67.(c)	68.(c)	69.(c)	70.(a)
71.(b)	72.(c)	73.(c)	74.(c)	75.(b)	76.(d)	77.(c)	78.(b)	79.(b)	80.(d)
81.(d)	82.(c)	83.(d)	84.(d)	85.(a)	86.(c)	87.(b)	88.(b)	89.(d)	90.(b)
91.(a)	92.(a)	93.(c)	94.(d)	95.(d)	96.(b)	97.(c)			

व्याख्या सहित हल

1. (c) प्रथम 20 विषम प्राकृत संख्याओं का योग $n^2 = (20)^2 = 400$ उत्तर
2. (d) माना तीन क्रमागत विषम प्राकृत संख्याएँ x , $(x + 2)$ और $(x + 4)$ हैं।

$$\therefore x + (x + 2) + (x + 4) = 87 \Rightarrow 3x + 6 = 87 \Rightarrow x = \frac{87 - 6}{3} \Rightarrow x = 27$$

उत्तर

Alter : $\frac{87}{3} = 29 \Rightarrow$ संख्याएँ = 27, 29, 31

उत्तर

प्रतिशत

(Percentage)

वह भिन्न जिसका हर (Denominator) 100 हो, उसे प्रतिशत तथा अंश (Numerator) को दर प्रतिशत कहा जाता है, इसे प्रायः % चिन्ह द्वारा व्यक्त किया जाता है।

$$x\% = \text{किसी वस्तु के 100 बराबर भागों में से एक} = \frac{x}{100}$$

$$x\%_{00} = \text{किसी वस्तु के 1000 बराबर भागों में से एक} = \frac{x}{1000}$$

क्योंकि प्रतिशत भिन्न का रूप है अतः हम प्रतिशत को भिन्न में व भिन्न को प्रतिशत के रूप में व्यक्त कर सकते हैं।

प्रतिशत को भिन्न में बदलना

किसी प्रतिशत को भिन्न में बदलने के लिए उसे 100 से भाग दिया जाता है।

$10\% = \frac{1}{10}$	$20\% = \frac{1}{5}$	$30\% = \frac{3}{10}$	$40\% = \frac{2}{5}$	$50\% = \frac{1}{2}$
$60\% = \frac{3}{5}$	$70\% = \frac{7}{10}$	$80\% = \frac{4}{5}$	$90\% = \frac{9}{10}$	$100\% = 1$
$6\frac{1}{4}\% = \frac{1}{16}$	$12\frac{1}{2}\% = \frac{1}{8}$	$25\% = \frac{1}{4}$	$37\frac{1}{2}\% = \frac{3}{8}$	$62\frac{1}{2}\% = \frac{5}{8}$
$33\frac{1}{3}\% = \frac{1}{3}$	$66\frac{2}{3}\% = \frac{2}{3}$	$75\% = \frac{3}{4}$	$150\% = \frac{3}{2}$	$200\% = 2$
$4\% = \frac{1}{25}$	$5\% = \frac{1}{20}$	$87\frac{1}{2}\% = \frac{7}{8}$	$12\% = \frac{3}{25}$	$24\% = \frac{6}{25}$

उदाहरण 1 : 16% का भिन्न रूप क्या होगा ?

हल :

$$16\% = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$

उत्तर

◆ Type-II

प्रतिशत प्रभाव नियम (Percentage effects) : हम जानते हैं कि जब किसी वस्तु के मूल्य में कमी या वृद्धि तथा बिक्री में कमी या वृद्धि हो, तो व्यापार पर प्रभाव पड़ता है, इसी प्रकार आयत की लम्बाई, चौड़ाई में परिवर्तन करने पर क्षेत्रफल में परिवर्तन होता है। बेलन की त्रिज्या तथा ऊँचाई में परिवर्तन करने पर आयतन पर प्रभाव पड़ता है, घन की भुजा में परिवर्तन करने पर क्षेत्रफल तथा आयतन में प्रभाव पड़ता है इसी प्रकार दो पहलू में परिवर्तन करने पर तीसरे पहलू में प्रभाव पड़ता है।

$$\text{प्रतिशत प्रभाव} = \pm x \pm y \pm \frac{xy}{100}$$

$$\begin{array}{l} ++++ \\ --++ \\ +-+- \\ -+-- \end{array}$$

समान चिन्ह $\rightarrow +$
विपरीत चिन्ह $\rightarrow -$

प्रतिशत प्रभाव नियम के कुछ अनुप्रयोग : निम्न दिये गये नियम परीक्षा के दृष्टिकोण से महत्वपूर्ण हैं जिनकों विद्यार्थी सीधे याद कर परीक्षा को आसान बना सकता है

$x = +10, y = +10$ $+ 10 + 10 + \frac{10 \times 10}{100} = 21\%$ (वृद्धि या लाभ)	$x = +20, y = +20$ $+ 20 + 20 + \frac{20 \times 20}{100} = 44\%$ (वृद्धि या लाभ)
$x = +10, y = -10$ $+ 10 - 10 - \frac{10 \times 10}{100} = -1\%$ (कमी या हानि)	$x = +20, y = -20$ $+ 20 - 20 - \frac{20 \times 20}{100} = -4\%$ (कमी या हानि)
$x = +10, y = +10, z = +10$ $+ 10 + 10 + \frac{10 \times 10}{100} = 21\%$ पुनः $+ 21 + 10 + \frac{21 \times 10}{100} = 33.1\%$	$x = +20, y = +20, z = +20$ $+ 20 + 20 + \frac{20 \times 20}{100} = 44\%$ पुनः $+ 44 + 20 + \frac{44 \times 20}{100} = 72.8\%$
$x = +5, y = +5$ $+ 5 + 5 + \frac{5 \times 5}{100} = 10.25\%$	$x = +5, y = +5, z = +5$ $5 + 5 + \frac{5 \times 5}{100} = 10.25\%$ पुनः $+ 10.25 + 5 + \frac{10.25 \times 5}{100} = 15.7625\%$
$x = +15, y = -10$ $+ 15 - 10 - \frac{15 \times 10}{100} = 3.5\%$	$x = -10, y = -10$ $- 10 - 10 + \frac{10 \times 10}{100} = -19\%$
$x = -15, y = -10$ $- 15 - 10 + \frac{15 \times 10}{100} = -23.5\%$	$x = +6, y = +6$ $+ 6 + 6 + \frac{6 \times 6}{100} = +12.36\%$

❖ Type-X

उदाहरण 25 : एक परीक्षा में एक विद्यार्थी ने 23% अंक प्राप्त किया तथा 36 अंकों से अनुत्तीर्ण रहा। इसी परीक्षा में एक-दूसरे विद्यार्थी ने 35% अंक प्राप्त किया तथा उत्तीर्ण होने के न्यूनतम अंकों से 48 अंक अधिक प्राप्त किये पूर्णांक क्या है?

हल : माना पूर्णांक = x तथा पहले विद्यार्थी ने अंक प्राप्त किये = $x \times \frac{23}{100}$ (पर यह 36 अंक से फेल हुआ)

$$\text{अतः पास होने के लिए आवश्यक अंक} = \frac{23x}{100} + 36 \quad \dots(1)$$

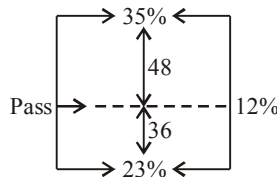
दूसरे विद्यार्थी ने अंक प्राप्त किये = $x \times \frac{35}{100}$ तथा यह 48 अंक अधिक अंकों से पास हुआ

$$\text{अतः पास होने के लिए आवश्यक अंक} = \frac{35x}{100} - 48 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) तथा (2) बराबर करने पर

$$\frac{23x}{100} + 36 = \frac{35x}{100} - 48 \Rightarrow \frac{35x}{100} - \frac{23x}{100} = 36 + 48 \Rightarrow \frac{12x}{100} = 84 \Rightarrow x = \frac{8400}{12} = 700 \text{ अंक} \quad \text{उत्तर}$$

$$\text{Alter : } 35\% - 23\% = 48 + 36 \Rightarrow 12\% = 84 \Rightarrow 100\% = \frac{84}{12} \times 100 = 700 \quad \text{उत्तर}$$



❖ Type-XI

उदाहरण 26 : दो उम्मीदवारों के बीच चुनाव हुए। चुनाव में डाले गये कुल मतों का 35% मत प्राप्त करके एक उम्मीदवार 15000 मतों से हार गया, जीतने वाले उम्मीदवार को कुल कितने वोट मिले?

हल : कुल मत = 100%, हारने वाले उम्मीदवार को प्राप्त मत = 35%

जीतने वाले उम्मीदवार को प्राप्त मत = $100 - 35 = 65\%$

अब $65\% - 35\% = 30\% = 15000 \Rightarrow 1\% = 500$ अतः $65\% = 65 \times 500 = 32500$ उत्तर

उदाहरण 27 : दो प्रत्याशियों के बीच हुए एक चुनाव में 75% मतदाताओं ने अपने मत डाले, जिनमें से 2% मत अवैध घोषित कर दिए गए। एक प्रत्याशी ने 9261 मत प्राप्त किए जो वैध मतों के 75% थे इस चुनाव में पंजीकृत मतदाताओं की कुल संख्या थी

हल : माना कुल मत = x , डाले गए मत = $x \times \frac{75}{100}$, वैध मत = $x \times \frac{75}{100} \times \frac{98}{100}$

$$\text{प्रश्नानुसार} \quad x \times \frac{75}{100} \times \frac{98}{100} \times \frac{75}{100} = 9261 \Rightarrow x = \frac{9261 \times 100 \times 100 \times 100}{75 \times 98 \times 75}$$

$$\Rightarrow x = \frac{9261 \times 4 \times 4 \times 100}{3 \times 3 \times 98} \Rightarrow x = 16,800 \quad \text{उत्तर}$$

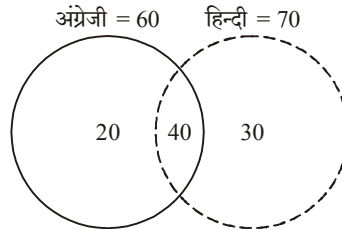
35. किस संख्या का 70%, 49 होगा?
 (a) 700 (b) 200 (c) 70 (d) 490 (e) इनमें से कोई नहीं
36. 10000 का 30% का 8% = ?
 (a) 2.4 (b) 2400 (c) 24 (d) 240 (e) इनमें से कोई नहीं
37. 1000 का 15% का $\frac{1}{5}$ = ?
 (a) 300 (b) 30 (c) 3 (d) 150 (e) इनमें से कोई नहीं
38. $\sqrt{40}$ का 90% = x का 30% तो x का मान है
 (a) 20 (b) 36 (c) 9 (d) 18 (e) इनमें से कोई नहीं
39. 280 का 70% वही है, तो
 (a) 28 का 70% (b) 560 का 35% (c) 490 का 40% (d) 280 का 7% (e) इनमें से कोई नहीं
40. 26 का 15% = x का 20% है, तो x का मान है
 (a) 20 (b) 19.5 (c) 18.5 (d) 15 (e) इनमें से कोई नहीं
41. 280 का 70% = 490 का x% है तो x का मान है
 (a) 40 (b) 45 (c) 50 (d) 36 (e) इनमें से कोई नहीं
42. कौन सी संख्या 90 से 40% कम है?
 (a) 36 (b) 54 (c) 50 (d) 60 (e) इनमें से कोई नहीं
43. किस संख्या का 18%, संख्या 75 के 12% के बराबर है?
 (a) 50 (b) 100 (c) 2 (d) $\frac{3}{2}$ (e) इनमें से कोई नहीं
44. यदि P का 50% = Q का 25%, तो P = Q का x% है। x ज्ञात कीजिए
 (a) 0.5 (b) 2 (c) 50 (d) 0.005 (e) इनमें से कोई नहीं
45. यदि A का 20% = B का 50% है, तो A का कितने प्रतिशत B है?
 (a) 30% (b) 40% (c) 25% (d) 15% (e) इनमें से कोई नहीं
46. यदि 450 का 60% = x × 15, तो x का मान है
 (a) 6 (b) 18 (c) 36 (d) 72 (e) इनमें से कोई नहीं
47. ₹ 200 का 40% + ₹ 150 का 30% = ?
 (a) ₹ 120 (b) ₹ 125 (c) ₹ 130 (d) ₹ 135 (e) इनमें से कोई नहीं
48. 450 के $\frac{2}{5}$ के 72% का मूल्य कितना है?
 (a) 648.4 (b) 129.6 (c) 324.2 (d) 162.6 (e) इनमें से कोई नहीं
49. एक संख्या के 50% का 25%, 385 है। यह संख्या क्या है?
 (a) 3050 (b) 3100 (c) 3004 (d) 3080 (e) इनमें से कोई नहीं
50. एक संख्या के 69% और 45% के बीच का अन्तर 450 है, इस संख्या का 56% कितना है?
 (a) 1150 (b) 1250 (c) 1350 (d) 1450 (e) इनमें से कोई नहीं

165. (a) माना कुल छात्र = 100, कुल उत्तीर्ण छात्र = $(60 + 70) - 40 = 130 - 40 = 90\%$

अतः कुल अनुत्तीर्ण छात्र = $100 - 90 = 10\%$

उत्तर

Alter : चित्र से स्पष्ट है कि कुल पास विद्यार्थी = $20 + 40 + 30 = 90$ अतः कुल फेल = $100 - 90 = 10\%$



166. (b) माना दोनों भाषा बोलने वाले विद्यार्थी = $x\%$, कुल विद्यार्थी = 100

केवल अंग्रेजी बोलने वाले विद्यार्थी = $(70 - x)$, केवल हिन्दी बोलने वाले विद्यार्थी = $60 - x$

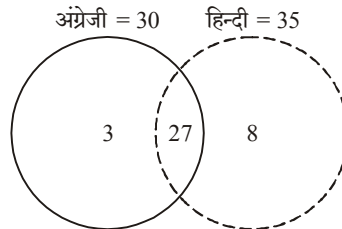
अतः $70 - x + 60 - x + x + 27 = 100 \Rightarrow 162 - x = 100 \Rightarrow 162 - 100 = 62$

अतः दोनों भाषा बोलने वाले विद्यार्थी = 62%

उत्तर

Alter : चित्र से स्पष्ट है दोनों भाषा नहीं बोल सकने वाले कुल विद्यार्थी = $27 + 3 + 8 = 38\%$

अतः कुल दोनों भाषा बोलने वाले = $100 - 38 = 62\%$



167. (c) माना कुल व्यक्ति = 100

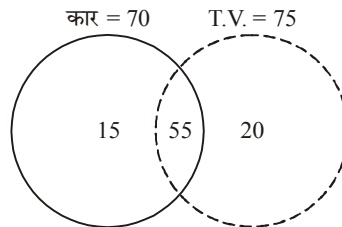
अकेली कार वाले व्यक्ति = $70 - 55 = 15$, अकेले T.V. वाले व्यक्ति = $75 - 55 = 20$

व्यक्ति जिनके पास कार या T.V. नहीं था = $100 - (15 + 20 + 55) = 10\%$

उत्तर

Alter : कार व T.V. दोनों रखने वाले = $15 + 55 + 20 = 90\%$

अतः दोनों में कोई नहीं रखने वाले = $100 - 90 = 10\%$



168. (c) कुल उत्तीर्ण छात्र = $(60 - 25) + (45 - 25) + 25 = 35 + 20 + 25 = 80\%$

अतः दोनों विषयों में अनुत्तीर्ण छात्र = $100 - 80 = 20\%$

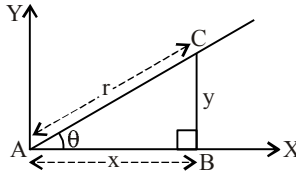
उत्तर

न्यून कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometric Ratios of Acute Angles)

न्यूनकोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometric Ratios of Acute Angles)

किसी समकोण त्रिभुज में किन्हीं दो भुजाओं के अनुपात को त्रिकोणमितीय अनुपात कहते हैं।

माना ABC एक समकोण त्रिभुज है। जिसमें $\angle ABC$ समकोण है, तथा $\angle CAB = \theta$ हो, तो



लम्ब = BC = y
आधार = AB = x
कर्ण = AC = r

• $\sin \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$	• $\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$
• $\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$	• $\cot \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$
• $\sec \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}}$	• $\text{cosec } \theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}}$

नोट : त्रिकोणमितीय अनुपात न्यूनकोणीय है अतः प्रथम चतुर्थांश में होंगे तथा सभी धनात्मक होंगे।

त्रिकोणमितीय अनुपातों के मध्य सम्बन्ध (Relation between trigonometrical ratios)

(i) $\sin \theta \text{ cosec } \theta = 1$

(ii) $\tan \theta \cot \theta = 1$

(iii) $\cos \theta \sec \theta = 1$

(iv) $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

(v) $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$

3. कोण $(180^\circ - \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

$$\cot(180^\circ - \theta) = -\cot \theta$$

$$\sec(180^\circ - \theta) = -\sec \theta$$

$$\operatorname{cosec}(180^\circ - \theta) = \operatorname{cosec} \theta$$

यहाँ (S) द्वितीय चतुर्थांश के अनुसार केवल $\sin \theta$ व $\operatorname{cosec} \theta$ ही धनात्मक हैं।

4. कोण $(180^\circ + \theta)$ के त्रिकोणमितीय अनुपात

$$\sin(180^\circ + \theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(180^\circ + \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ + \theta) = \tan \theta$$

$$\cot(180^\circ + \theta) = \cot \theta$$

$$\sec(180^\circ + \theta) = -\sec \theta$$

$$\operatorname{cosec}(180^\circ + \theta) = -\operatorname{cosec} \theta$$

यहाँ (T) तृतीय चतुर्थांश के अनुसार केवल $\tan \theta$ व $\cot \theta$ ही धनात्मक होंगे।

विशेष कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपातों की सारणी

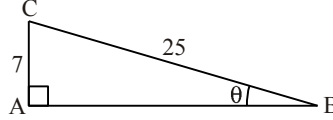
कोण $\theta \rightarrow$ त्रिकोणमितीय अनुपात $\downarrow$	0° या 0	30° या $\pi/6$	45° या $\pi/4$	60° या $\pi/3$	90° या $\pi/2$	परास (Range)
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0 से 1
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	1 से 0
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞ (अपरिभाषित)	0 से ∞
$\cot \theta$	∞ (अपरिभाषित)	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	∞ से 0
$\sec \theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞ (अपरिभाषित)	1 से ∞
$\operatorname{cosec} \theta$	∞ (अपरिभाषित)	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	∞ से 1

उत्तरमाला

- 1.(c) 2.(a) 3.(b) 4.(a) 5.(d) 6.(a) 7.(d) 8.(b) 9.(d) 10.(a)
 11.(a) 12.(d) 13.(c) 14.(b) 15.(a) 16.(b) 17.(b) 18.(d) 19.(b) 20.(d)
 21.(d) 22.(a) 23.(c) 24.(d) 25.(b) 26.(b) 27.(c) 28.(c) 29.(d) 30.(a)
 31.(c) 32.(c) 33.(d) 34.(b) 35.(a) 36.(c) 37.(c) 38.(a) 39.(b) 40.(a)
 41.(d) 42.(c) 43.(b) 44.(b) 45.(d) 46.(c) 47.(d) 48.(c) 49.(a) 50.(a)
 51.(b) 52.(d) 53.(d) 54.(a) 55.(b) 56.(b) 57.(c) 58.(c) 59.(c) 60.(d)
 61.(b)

व्याख्या सहित हल

1. (c) $\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$ तो $\cos^2 45^\circ = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ उत्तर
2. (a) $\tan 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \tan^2 60^\circ = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan^2 60^\circ = 3$ उत्तर
3. (b) पाइथागोरस प्रमेय से, $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24 \Rightarrow \tan B = \frac{L}{A} = \frac{7}{24}$ उत्तर



4. (a) $\tan A = \sqrt{2} - 1$ अतः $\tan A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1}$
- कर्ण = $\sqrt{\text{लम्ब}^2 + \text{आधार}^2} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2 + 1 - 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}$
- अतः $\sin A \cdot \cos A = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} \times \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} \times \frac{1}{\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2} - 1}{4 - 2\sqrt{2}}$ उत्तर

5. (d) $\sin A = \frac{1}{3} = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$
- आधार = $\sqrt{\text{कर्ण}^2 - \text{लम्ब}^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$$\text{अतः } \cos A \operatorname{cosec} A + \tan A \sec A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} \times \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}} + \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \times \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}} + \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} \times \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}}$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{1} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \times \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} + \frac{3}{8}$$

उत्तर

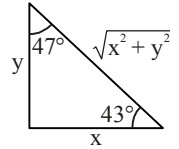
37. (c) $AB^2 + BC^2 = AC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)
 $(7)^2 + BC^2 = 25^2 \Rightarrow BC = 24$... (1)

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{25}{24}, \sec \beta = \frac{25}{24}, \tan \alpha = \frac{24}{7}, \cot \beta = \frac{24}{7}$$

$$\operatorname{cosec} \alpha + \sec \beta + \frac{\tan \alpha + \cot \beta}{\tan \alpha \cot \beta} = \frac{25}{24} + \frac{25}{24} + \frac{\frac{24}{7} + \frac{24}{7}}{\frac{24}{7} \times \frac{24}{7}} = \frac{50}{24} + \frac{(24+24) \times 7}{24 \times 24} = \frac{50+14}{24} = \frac{8}{3}$$

38. (a) $\cos 43^\circ = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

चित्र से $\tan 47^\circ = \frac{x}{y}$ उत्तर



39. (b) $\sin 7x = \sin (90^\circ - 11x) \Rightarrow 7x = 90^\circ - 11x \Rightarrow 18x = 90^\circ \Rightarrow x = 5^\circ$

अतः $\tan 9x + \cot 9x = \tan 45^\circ + \cot 45^\circ = 1 + 1 = 2$

उत्तर

40. (a) $\tan 3\theta = \frac{1}{\tan 2\theta} = \cot 2\theta \Rightarrow \tan 3\theta = \tan (90^\circ - 2\theta)$
 $3\theta = 90^\circ - 2\theta \Rightarrow 5\theta = 90^\circ \Rightarrow \theta = 18^\circ$

अतः $2\cos^2 \frac{5\theta}{2} - 1 = 2\cos^2 \frac{90^\circ}{2} - 1 = 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

उत्तर

41. (d) $\frac{\tan 57^\circ + \cot 37^\circ}{\tan(90^\circ - 57^\circ) + \cot(90^\circ - 37^\circ)} = \frac{\tan 57^\circ + \cot 37^\circ}{\cot 57^\circ + \tan 37^\circ} = \frac{\tan 57^\circ + \cot 37^\circ}{\frac{1}{\tan 57^\circ} + \frac{1}{\cot 37^\circ}} = \tan 57^\circ \cot 37^\circ$

42. (c) $\tan \theta = \frac{p}{q}, \sec \theta = \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{q} \Rightarrow \operatorname{cosec} \theta = \frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{p}$

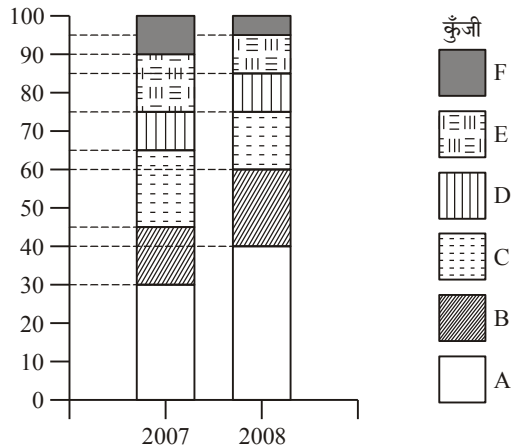
$$= \frac{p \cos \theta - q \operatorname{cosec} \theta}{p \sec \theta + q \operatorname{cosec} \theta} = \frac{p \left(\frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{q} \right) - q \left(\frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{p} \right)}{p \left(\frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{q} \right) + q \left(\frac{\sqrt{p^2 + q^2}}{p} \right)} = \frac{\frac{p}{q} - \frac{q}{p}}{\frac{p}{q} + \frac{q}{p}} = \frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}$$

43. (b) यदि $\sec A = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}} = \frac{5}{4}$ तथा लम्ब = $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

अतः $\frac{3 \sin A - 4 \sin^3 A}{4 \cos^3 A - 3 \cos A} = \frac{3 \times \frac{3}{5} - 4 \left(\frac{3}{5} \right)^3}{4 \times \left(\frac{4}{5} \right)^3 - 3 \times \frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5} - \frac{4 \times 27}{125}}{\frac{64 \times 4}{125} - \frac{12}{5}} = \frac{225 - 108}{256 - 300} = \frac{117}{-44}$

दण्ड आलेख (Bar Graph)

उदाहरण 1 : निर्देश : नीचे दिए स्तंभ आरेख में एक मोबाइल-निर्माता कम्पनी द्वारा वर्ष 2007 तथा 2008 में विभिन्न मॉडलों के मोबाइलों के प्रतिशत बंटन को दर्शाया गया है। वर्ष 2007 में मोबाइल-फोनों का कुल उत्पादन 35 लाख था और 2008 में वह 44 लाख था। इस आरेख का अध्ययन करके प्रश्न 1-5 के उत्तर दीजिए।



1. वर्ष 2007 और वर्ष 2008 में निर्मित B प्रकार के मोबाइलों की संख्या में कितना अन्तर था ?

हल : वर्ष 2008 में निर्मित 'B' मोबाइल = $44 \times \frac{20}{100} = 8.8$

वर्ष 2007 में निर्मित 'B' मोबाइल = $35 \times \frac{15}{100} = 5.25$ अतः अभीष्ट अन्तर = $8.8 - 5.25 = 3.55$ लाख

2. यदि वर्ष 2008 में A प्रकार के मोबाइलों का प्रतिशत उत्पादन, वर्ष 2007 के बराबर होता, तो वर्ष 2008 में A प्रकार के मोबाइलों का उत्पादन कितना होता ?

हल : 2007 में 'A' का प्रतिशत = 30

अतः 2008 में 'B' मोबाइल का उत्पादन = $44 \times \frac{30}{100} = 13.2$ लाख

8. अपने उत्पादन की तुलना में किस कम्पनी का बिक्री का प्रतिशत सर्वाधिक था?

हल : कम्पनी A का प्रतिशत = $\frac{700}{950} \times 100 = 73\frac{13}{19}\%$

इसी प्रकार कम्पनी B, C, D, E, F का क्रमशः प्रतिशत $46\frac{2}{3}\%$, 57.14% , $44\frac{4}{9}\%$, 70% , $66\frac{2}{3}\%$ है।

अतः उत्पादन की तुलना में कम्पनी A का बिक्री का प्रतिशत सर्वाधिक $73\frac{13}{19}\%$ है।

9. सभी कम्पनियों ने मिलकर औसत कितने नग बेचे?

हल : सभी कम्पनियों द्वारा बेचे गये कुल नग = $700 + 350 + 200 + 400 + 350 + 400 = 2400$

अतः औसत बेचे गये नग = $\frac{2400}{6} = 400$

10. A, B व C तीन कम्पनियों द्वारा बेचे गए कुल नग इन कम्पनियों द्वारा उत्पादित कुल नगों के लगभग कितने प्रतिशत है?

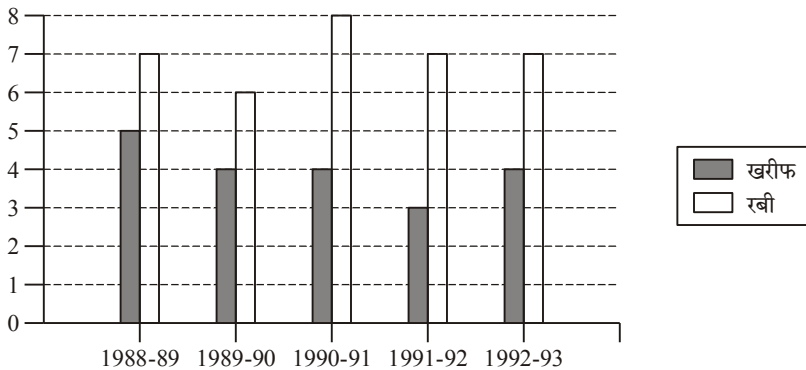
हल : A, B व C कम्पनियों द्वारा बेचे गये कुल नग = $700 + 350 + 200 = 1250$

A, B व C द्वारा उत्पादित कुल नग = 2050

अभीष्ट प्रतिशत = $\frac{1250}{2050} \times 100 \approx 61\%$

उदाहरण 3 : निर्देश नीचे दिए गए आंकड़ों के अनुसार प्रश्न संख्या 11 हल करें।

रबी और खरीफ के मौसमों में दालों का उत्पादन (दस लाख टनों में)



11. दिए गए वर्षों में खरीफ की फसलों का औसत उत्पादन कितना है?

हल : कुल उत्पादन = $5 + 4 + 4 + 3 + 4 = 20$

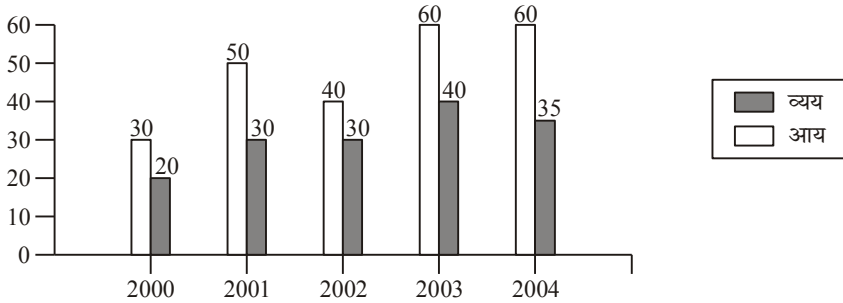
अर्थात् 200 लाख टन

औसत उत्पादन = $\frac{200 \text{ लाख टन}}{5} = 40 \text{ लाख टन}$

अभ्यास प्रश्न

निर्देश : इस लेखाचित्र में एक कम्पनी के आय तथा व्यय को प्रदर्शित किया गया है। इस लेखाचित्र का अध्ययन करके प्रश्न संख्या 1 से 5 के उत्तर दीजिए।

[SSC CGL 2012]

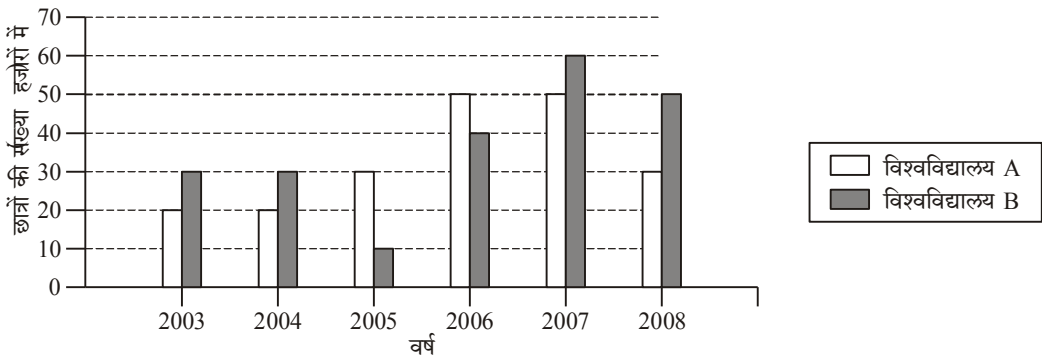


- वर्ष 2002 से 2003 तक कम्पनी के व्यय में कितनी वृद्धि हुई है?
 (a) $33\frac{1}{3}\%$ (b) 40% (c) 10% (d) 20%
- वर्ष 2002 में कम्पनी की आय, उसके किस वर्ष के व्यय के बराबर थी?
 (a) 2003 (b) 2004 (c) 2000 (d) 2001
- कम्पनी का लाभ सर्वाधिक, किस वर्ष में रहा?
 (a) 2003 (b) 2004 (c) 2001 (d) 2002
- वर्ष 2001 तथा 2002 के बीच लाभ का अन्तर कितना है?
 (a) 25 लाख (b) शून्य (c) 10 लाख (d) 20 लाख
- वे वर्ष संख्या में कितने हैं, जिसमें कम्पनी की आय, उसकी औसत आय से अधिक रही है?
 (a) तीन (b) चार (c) एक (d) दो

निम्न स्तम्भ-आरेख का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए और प्रश्न संख्या 6 से 10 के उत्तर दीजिए।

पिछले वर्षों में दो विश्वविद्यालयों से उत्तीर्ण छात्रों की संख्या (हजारों में)

[SSC (10+2) 2012]



- वर्ष 2007 में विश्वविद्यालय 'A' तथा वर्ष 2004 में विश्वविद्यालय 'B' से उत्तीर्ण हुए छात्रों के बीच का अनुपात क्या है?
 (a) 5 : 6 (b) 3 : 5 (c) 5 : 4 (d) 5 : 3

4. (c) वर्ष 2001 में लाभ = $50 - 30 = 20$ लाख
वर्ष 2002 में लाभ = $40 - 30 = 10$ लाख
लाभ का अन्तर = $20 - 10 = 10$ लाख
5. (a) कम्पनी की औसत आय = $\frac{30+50+40+60+60}{5} = \frac{240}{5} = ₹ 48$ लाख
वर्ष 2001, 2003, 2004 में आय औसत आय से ज्यादा थी।
6. (d) वर्ष 2007 में विश्वविद्यालय A से उत्तीर्ण छात्र = 50000
वर्ष 2004 में विश्वविद्यालय B से उत्तीर्ण छात्र = 30000
अभीष्ट अनुपात = $\frac{50000}{30000} = \frac{5}{3} \Rightarrow 5 : 3$
7. (a) वर्ष 2008 में विश्वविद्यालय B से उत्तीर्ण छात्र = 50 हजार
पूरे 6 वर्षों में विश्वविद्यालय A से उत्तीर्ण कुल छात्र = $20 + 20 + 30 + 50 + 50 + 30$
 $= 200$ हजार
अभीष्ट प्रतिशत = $\frac{50000}{200000} \times 100 = 25\%$
8. (b) वर्ष 2008 में दोनों विश्वविद्यालयों को मिलाकर उत्तीर्ण हुए कुल छात्र = $30000 + 50000 = 80000$
वर्ष 2004 में दोनों विश्वविद्यालयों को मिलाकर उत्तीर्ण हुए कुल छात्र = $20000 + 30000 = 50000$
अन्तर = $80000 - 50000 = 30000$
9. (c) 'B' से 2003, 2005 तथा 2006 में उत्तीर्ण कुल छात्र = $30000 + 10000 + 40000 = 80000$
10. (c) अभीष्ट अनुपात = $60000 : 50000 : 30000 = 6 : 5 : 3$
11. (b) 2003-04 में छात्रों की कुल संख्या = $500 + 600 + 250 + 250 = 1600$
विधि के छात्र = 250
अभीष्ट प्रतिशत = $\frac{250}{1600} \times 100 = 15.625\%$
12. (a) वर्ष 2001-02 में विज्ञान के छात्र = 400
वर्ष 2003-04 में विज्ञान के छात्र = 600
वृद्धि = $600 - 400 = 200$
% वृद्धि = $\frac{200}{400} \times 100 = 50\%$
13. (c) 2001-02 में कुल छात्र = $600 + 400 + 200 + 150 = 1350$
2001-02 में विज्ञान के छात्र = 400
विज्ञान के छात्रों का प्रतिशत = $\frac{400}{1350} \times 100 = 29.629\%$

सारणीयन (*Tabulation*)

उदाहरण 1 : निर्देश (प्रश्न संख्या 1-5) इन प्रश्नों के उत्तर देने के लिए नीचे दी गई सारणी का ध्यानपूर्वक कीजिए।

विषय	इतिहास	भूगोल	गणित	विज्ञान	अंग्रेजी	हिन्दी
अधिकतम अंक	75	75	100	150	50	60
विद्यार्थी/प्रतिशत						
A	82	66	59	76	62	65
B	76	72	65	84	74	75
C	56	78	71	66	86	70
D	64	80	68	72	66	80
E	48	68	83	88	56	60
F	60	74	79	64	80	85

1. विज्ञान में सभी विद्यार्थियों को 150 में से औसत कितने अंक मिले हैं?

हल : विज्ञान में विद्यार्थी A को मिले अंक = $\frac{76}{100} \times 150 = 114$

विद्यार्थी B को मिले अंक = $\frac{84}{100} \times 150 = 126$, विद्यार्थी C को मिले अंक = $\frac{66}{100} \times 150 = 99$

विद्यार्थी D को मिले अंक = $\frac{72}{100} \times 150 = 108$, विद्यार्थी E को मिले अंक = $\frac{88}{100} \times 150 = 132$

विद्यार्थी F को मिले अंक = $\frac{64}{100} \times 150 = 96$

अतः विज्ञान विषय में सभी विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त कुल अंक = $114 + 126 + 99 + 108 + 132 + 96$

विज्ञान में सभी विद्यार्थियों को मिले औसत अंक = $\frac{675}{6} = 112.5$

Alter : विज्ञान में सभी विद्यार्थियों को मिले औसत प्रतिशत अंक = $\frac{76 + 84 + 66 + 72 + 88 + 64}{6} = 75\%$

विज्ञान में सभी विद्यार्थियों के औसत प्राप्तांक = $150 \times \frac{75}{100} = 112.5$

अभ्यास प्रश्न

निर्देश : (प्रश्न संख्या 1-5) इन प्रश्नों का उत्तर देने के लिए इस सारणी को ध्यान से पढ़िए।
विभिन्न संस्थाओं से विगत पाँच वर्षों में परीक्षा में बैठे (A) तथा उत्तीर्ण (Q) हुए विद्यार्थियों की संख्या

वर्ष	2003		2004		2005		2006		2007	
संस्थान	A	Q	A	Q	A	Q	A	Q	A	Q
B	1545	1240	1654	1566	1684	1500	1440	1165	1564	1462
C	1647	1106	1897	1689	1550	1278	1390	1072	1575	1388
D	1765	1567	1574	1024	1754	1210	1364	1145	1510	1214
E	1530	1234	1886	1542	1806	1586	1478	1388	1654	1296
F	1605	1356	2004	1930	1666	1498	1560	1389	1690	1480

- वर्ष 2004 में संस्थान B से परीक्षा में बैठे पर उत्तीर्ण नहीं हुए छात्रों की संख्या और वर्ष 2006 में उसी संस्थान से परीक्षा में बैठे पर उत्तीर्ण नहीं हुए छात्रों की संख्या के बीच कितना अन्तर है?
(a) 187 (b) 88 (c) 275 (d) 373
- विगत वर्षों में संस्थान E से परीक्षा में बैठे छात्रों की लगभग औसत संख्या कितनी है?
(a) 1759 (b) 1586 (c) 1671 (d) 1924
- निम्नलिखित में से किस वर्ष के दौरान संस्थान D में परीक्षा में बैठे छात्रों में से उत्तीर्ण हुए छात्रों का प्रतिशत न्यूनतम है?
(a) 2003 (b) 2004 (c) 2005 (d) 2007
- वर्ष 2005 में सभी संस्थानों में मिलाकर परीक्षा में बैठने वाले छात्रों की संख्या से उत्तीर्ण हुए छात्रों का प्रतिशत कितना है? (दशमलव के बाद दो अंकों तक पूर्णांकित)
(a) 92.34 (b) 73.47 (c) 66.94 (d) 83.59
- 2007 में सभी संस्थानों में मिलकर परीक्षा में बैठे छात्रों में से उत्तीर्ण हुए छात्रों का लगभग प्रतिशत कितना है?
(a) 86 (b) 55 (c) 74 (d) 92

निर्देश : (प्रश्न संख्या 6-10) नीचे दिए गए ग्राफ का ध्यानपूर्वक अध्ययन कीजिए और फिर उस पर आधारित दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

विगत वर्षों में एक कम्पनी के 5 यूनिटों द्वारा निर्मित (M) और दोषपूर्ण (D) वस्तुओं की संख्या (हजारों में)

वर्ष	यूनिट									
	I		II		III		IV		V	
	M	D	M	D	M	D	M	D	M	D
1996	53	21	45	12	76	38	56	21	46	18
1997	29	18	32	10	45	24	63	24	36	14
1998	50	18	48	18	55	16	68	30	34	15
1999	65	20	68	15	57	20	54	19	48	12
2000	70	31	72	13	82	22	48	27	58	10
2001	44	15	56	22	38	32	40	15	60	11

6. (d) यूनिट IV में निर्मित वस्तुओं में से दोषपूर्ण वस्तुओं का प्रतिशत

$$\text{वर्ष 1996 में} = \frac{21}{56} \times 100 = 37.5$$

इसी प्रकार 1997, 1998, 1999, 2000, 2001 में क्रमशः 38.09, 44.11, 35.18, 56.25, 37.5 प्रतिशत है। स्पष्ट है 2000 में सर्वाधिक प्रतिशत होगा

7. (a) यूनिट I में से 1997 में पिछले वर्ष की तुलना में प्रतिशत वृद्धि/कमी = $\frac{24}{53} \times 100 = 45.28$

इसी प्रकार 1998, 1999, 2000, 2001 से क्रमशः वृद्धि/कमी 72.41, 30, 7.69, 37.14 है। स्पष्ट है वर्ष 1998 में सर्वाधिक था।

8. (d) यूनिट II में दोषपूर्ण वस्तुओं की औसत संख्या = $\frac{90}{6}$ (हजारों में) = 15000

9. (a) यूनिट III द्वारा निर्मित कुल वस्तुओं की संख्या = $76 + 45 + 55 + 57 + 82 + 38 = 353$
यूनिट V द्वारा निर्मित कुल वस्तुओं की संख्या = $46 + 36 + 34 + 48 + 58 + 60 = 282$
अभीष्ट अनुपात = 353 : 282

10. (b) वर्ष 2001 में सभी यूनिटों द्वारा मिलकर निर्मित वस्तुओं की संख्या = 238
तथा दोषपूर्ण वस्तुओं की संख्या = 95

$$\text{अभीष्ट प्रतिशत} = \frac{95}{238} \times 100 = 39.91 \approx 40$$

11. (a) फैक्ट्री A में विभिन्न महिनो में काम करने वाले कामगारों की कुल संख्या = 359.5
फैक्ट्री E में विभिन्न महिनो में काम करने वाले कामगारों की कुल संख्या = 394.9
अतः अभीष्ट अन्तर = $394.9 - 359.5 = 35.40$ (सैकड़ों में) = 3540

12. (d) फैक्ट्री B के कामगारों की कुल संख्या D के कामगारों की कुल संख्या का लगभग प्रतिशत

$$= \frac{329.7}{358.5} \times 100 = 92$$

13. (a) फैक्ट्री C में विभिन्न महिनो में काम करने वाले कामगारों की औसत संख्या = $\frac{423.3}{6} = 70.55$

14. (d) फैक्ट्री B व C में मार्च माह में काम करने वाले कामगारों की कुल संख्या

$$\text{फैक्ट्री A व D में मार्च माह में काम करने वाले कामगारों की कुल संख्या} = \frac{65 + 71.6}{42 + 76} = \frac{136.6}{118} = \frac{683}{590}$$

15. (c) सभी फैक्ट्रियों में जनवरी माह में काम करने वाले कामगारों की संख्या के औसत + सभी फैक्ट्रियों में अप्रैल माह में काम करने वाले कामगारों की संख्या के औसत

$$= \frac{325.1 + 295.1}{5} = 124.04 \text{ या } 12404$$